

## SIMULASI ALIRAN FLUIDA YANG DISERTAI PERTUKARAN PANAS MENGUNAKAN METODE FINITE VOLUME PARTICLE (FVP)

### FLUID FLOWS SIMULATION WITH HEAT TRANSFER USING FINITE VOLUME PARTICLE (FVP) METHOD

Rida SN Mahmudah<sup>\*1</sup>, Denny Darmawan<sup>2</sup>, Koji Morita<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Jurusan Pendidikan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta,

<sup>3</sup>Department of Applied Quantum Physics and Nuclear Engineering, Kyushu University

\*email : rida@uny.ac.id

#### Abstrak

Pertukaran panas yang melibatkan perubahan fasa pada fluida mengalir merupakan fenomena penting dalam bidang sains dan rekayasa. Beberapa metode komputasi dinamika fluida telah dikembangkan untuk mensimulasikan fenomena ini, baik yang berbasis kisi maupun tanpa kisi. Penelitian ini bertujuan untuk membuat simulasi aliran fluida yang disertai aliran panas dengan menggunakan metode Finite Volume Particle (FVP). Tahap awal, dibuat kode simulasi pertukaran panas yang disebabkan oleh konduksi pada rongga persegi dan memvalidasi hasilnya dengan solusi analitis konduksi panas 1D. Dari proses validasi ini, diketahui bahwa hasil simulasi dan solusi analitis menunjukkan kesesuaian yang sangat baik. Kode yang sudah divalidasi ini kemudian dikembangkan untuk mensimulasikan pertukaran panas yang disebabkan oleh aliran fluida (konveksi). Hasil dari simulasi konveksi ini dibandingkan secara kualitatif dengan referensi dan menunjukkan hasil yang memuaskan. Dengan demikian, pada penelitian ini telah dihasilkan kode simulasi pertukaran panas karena konduksi dan konveksi dengan metode FVP yang telah tervalidasi dengan baik.

Kata kunci: simulasi aliran fluida, pertukaran panas, finite volume particle method

#### Abstract

*Heat transfer involving phase change on flowing fluids is an important phenomena in science and engineering. Several methods on computational fluid dynamics has been developed to simulate this phenomena, either with mesh and/or meshless-based methods. This research is aimed to build a simulation code to simulate fluid flows with heat transfer using Finite Volume Particle (FVP) method. First, a simulation code simulating heat transfer due to conduction in a square cavity was built, and the results were validated with analytical solution of 1D heat conduction. This validation results showed a reasonably good agreement between simulation result and analytical solution. This validated code then was improved to simulate heat transfer due to fluid flows (convection). Results from this convection simulation was compared qualitatively with reference and showed good agreement. Therefore, this research has resulted in simulation code of heat transfer due to conduction and convection with FVP method and has been fairly validated.*

*Key words: fluid flow simulation, heat transfer, finite volume particle method*

#### Pendahuluan

Dengan perkembangan teknologi, banyak sekali permasalahan di dunia sains, terutama fisika, menjadi mungkin untuk ditemukan jawabannya. Permasalahan-permasalahan yang awalnya sulit dicari solusinya dengan analisis biasa, kini bisa menggunakan komputer sebagai media untuk mendapatkan hasilnya dengan metode-metode numerik tertentu. Maka dikenallah beberapa metode untuk menyelesaikan persamaan linier, polynomial, persamaan differensial biasa, persamaan differensial parsial, dan lain sebagainya. Dalam dunia pemodelan aliran fluida, dikenal istilah

*Computational Fluid Dynamics (CFD)*, yang merupakan bagian dari mekanika fluida dan menggunakan analisis numerik dan algoritma untuk menyelesaikan dan menganalisa masalah-masalah yang berkaitan dengan aliran fluida. Komputer digunakan untuk melaksanakan perhitungan yang diperlukan untuk mensimulasikan interaksi antar fluida. Banyak metode yang digunakan untuk simulasi CFD ini, tetapi sebagian besar dapat dikelompokkan menjadi dua jenis: metode berbasis kisi/*mesh* (*mesh methods*) dan metode berbasis partikel (*meshless methods*). Metode berbasis *mesh* memang lebih optimal dari sisi penggunaan memori komputasi dan waktu simulasi, tapi

kurang bisa menggambarkan interaksi di permukaan fluida, terutama untuk simulasi yang melibatkan perubahan fasa. Metode yang paling ampuh untuk mensimulasikan aliran fluida dengan pertukaran panas dan/atau perubahan fasa adalah metode berbasis partikel, karena pada metode ini setiap *mesh*-nya bergerak mengikuti aliran fluida (seperti partikel). Kelemahan dari metode ini adalah simulasi yang “berat” dan memerlukan kemampuan komputasi yang tinggi. Namun, seiring dengan semakin meningkatnya teknologi komputasi, kelemahan ini lambat laun akan dapat diatasi.

Di sisi lain, kode berbasis metode partikel yang mensimulasikan aliran fluida yang disertai pertukaran panas dan perubahan fasa masih sangat terbatas. Untuk itu, dibuatlah penelitian untuk membuat simulasi aliran fluida yang disertai pertukaran panas dan perubahan fasa dengan menggunakan metode FVP, yang merupakan salah satu metode dalam kelompok *meshless methods*. Model yang disimulasikan adalah pertukaran panas yang disebabkan oleh konduksi dan konveksi pada rongga persegi 2D.

## Metode Penelitian

### A. Persamaan Matematis

Persamaan yang mengatur gerak fluida dengan pertukaran panas adalah persamaan konservasi massa, momentum dan energi. Persamaan-persamaan tersebut adalah:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \text{ atau } \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f} \quad (2)$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + Q \quad (3)$$

dimana  $\rho$  adalah densitas fluida,  $\vec{u}$  adalah kecepatan fluida,  $P$  adalah tekanan isotropik,  $\nu$  koefisien viskositas dinamik,  $\vec{f}$  adalah gaya-gaya luar, seperti gravitasi,  $C_p$  adalah *specific heat*,  $T$  adalah temperatur fluida, dan  $Q$  adalah sumber panas fluida. Dalam simulasi pertukaran panas akibat konveksi, gaya luar  $\vec{f}$  pada persamaan (2) adalah gaya yang diakibatkan oleh perubahan densitas fluida akibat perubahan temperatur, yang dimodelkan dengan pendekatan Boussinesq. Pendekatan Boussinesq ini dituliskan sebagai:

$$\vec{F}_b = g\beta(T - T_r) \quad (4)$$

dengan  $\beta$  adalah koefisien ekspansi termal,  $T_r$  adalah temperatur referensi yang merupakan rata-rata temperatur rongga bagian atas dan bawah. Kondisi batas untuk rongga persegi (2D) adalah sebagai berikut:

$$\vec{u}(x,0) = \vec{u}(x,L) = \vec{u}(0,y) = \vec{u}(L,y) = 0 \quad (5)$$

$$T(0,y) = T_h; T(L,y) = T_c \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{x=L} = 0 \quad (7)$$

disini  $x$  dan  $y$  adalah sumbu vertikal dan horizontal;  $T_h$  adalah temperatur panas di dalam rongga dan  $T_c$  adalah temperatur dingin di dalam rongga.

### B. Metode Finite Volume Particle (FVP)

Penelitian ini menggunakan metode Finite Volume Particle (FVP) yang mengasumsikan fluida sebagai jumlah hingga dari partikel-partikel fluida, yang setiap partikel memiliki properti fisis sendiri, seperti densitas, temperatur dan kapasitas panas spesifik [1]. Setiap partikel menempati kontrol volume tertentu, yang dianggap sebagai bola dalam sistem 3D. Permukaan dan volume partikel,  $S$  dan  $V$ , digambarkan oleh persamaan:

$$S = 4\pi R^2, V = \frac{4}{3}\pi R^3 = (\Delta l)^3 \quad (8)$$

dimana  $R$  adalah jari-jari kontrol volume partikel, dan  $\Delta l$  adalah jarak awal partikel.

Semua operator pada persamaan (1) – (3), seperti suku gradient dan suku Laplacian, direpresentasikan dengan interaksi partikel di permukaan dari kontrol volume partikel. Menurut teorema Gauss, operator gradient dan Laplacian diberikan oleh persamaan berikut:

$$\nabla \phi = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_V \nabla \phi dV = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_S \phi \vec{n} dS \quad (9)$$

$$\nabla^2 \phi = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_V \nabla^2 \phi dV = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_V \nabla \phi \cdot \vec{n} dS \quad (10)$$

dimana  $\phi$  adalah fungsi skalar sembarang. Sehingga, dengan metode FVP, suku gradient dan Laplacian dari partikel  $i$  dapat diperkirakan sebagai

$$\begin{aligned} \langle \nabla \phi \rangle_i &= \left\langle \frac{1}{V} \oint_S \phi \vec{n} dS \right\rangle_i \\ &= \frac{1}{V} \sum_{j \neq i} \phi_{sur} \cdot \vec{n}_{ij} \cdot \Delta S_{ij} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle \nabla^2 \phi \rangle_i &= \left\langle \frac{1}{V} \oint_S \nabla \phi \cdot \vec{n} dS \right\rangle_i \\ &= \frac{1}{V} \sum_{j \neq i} \left( \frac{\phi_j - \phi_i}{|\vec{r}_{ij}|} \right) \cdot \Delta S_{ij} \end{aligned} \quad (12)$$

dimana  $\phi_{sur}$  adalah nilai rekonstruksi dari fungsi skalar sembarang pada permukaan partikel  $i$ ,  $\vec{n}_{ij}$  adalah vektor unit dari jarak antara partikel  $i$  dan  $j$ ,  $\Delta S_{ij}$  adalah interaksi permukaan partikel  $i$  dan  $j$ , dan  $\vec{r}_{ij}$  adalah vektor jarak antara partikel  $i$  and  $j$ . Karena partikel dalam metode ini diasumsikan memiliki volume yang sama, interaksi permukaan  $\Delta S_{ij}$  partikel  $i$  dengan  $j$  dapat dihitung dengan persamaan (13) untuk memastikan bahwa fungsi kernel membentuk partisi satuan [2]

$$\Delta S_{ij} = \frac{\omega_{ij}}{\sum_{j \neq i} \omega_{ij}} S \quad (13)$$

dimana  $\omega_{ij}$  adalah fungsi kernel antara partikel  $i$  dan  $j$ .

Gradient dari fungsi sembarang (kecepatan, tekanan dan temperatur) dihitung pada permukaan setiap partikel. Dengan demikian, nilai fungsi  $\phi_{sur}$  diperoleh dengan menggunakan rekonstruksi linear sebagai

$$\phi_{sur} = \phi_i + \frac{\phi_j - \phi_i}{|\vec{r}_{ij}|} R \quad (14)$$

Untuk tekanan, aproksimasi linear ini menyebabkan adanya gaya tekanan yang berlawanan tapi tidak bernilai sama antara partikel  $i$  dan  $j$ , dan perhitungan momentum linear pada domain yang ditinjau tidak akan terpenuhi konservasinya. Sehingga, untuk tekanan, digunakan aproksimasi sebagai berikut

$$P_{sur} = \frac{P_i + P_j}{2} \quad (15)$$

Gambar 1 menunjukkan skema interaksi diantara partikel-partikel FVP. Fungsi kernel

antara partikel  $i$  dan  $j$  dalam metode FVP didefinisikan sebagai

$$\omega_{ij} = \begin{cases} \sin^{-1} \left( \frac{R}{|\vec{r}_{ij}|} \right) - \sin^{-1} \left( \frac{R}{r_s} \right) & |\vec{r}_{ij}| \leq r_s \\ 0 & |\vec{r}_{ij}| \geq r_s \end{cases} \quad (16)$$

dimana  $r_s$  adalah jari-jari domain interaksi yang disebut jari-jari “cut-off”. Dari seri Taylor untuk partikel bergerak, fungsi sembarang dapat dihitung dengan fungsi kernel sebagai

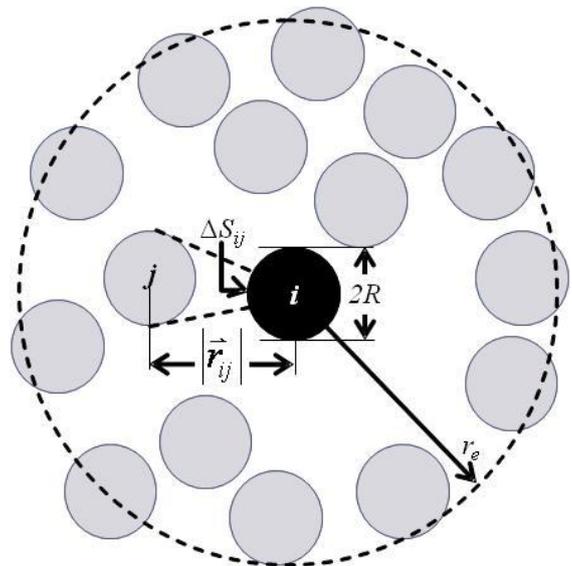
$$\begin{aligned} \langle \phi(\vec{r}_i) \rangle &= \int_V \phi(\vec{r}) \omega(|\vec{r} - \vec{r}_i|) dV \\ &= \phi(\vec{r}_i) \int_V \omega(|\vec{r} - \vec{r}_i|) dV + o(|\vec{r} - \vec{r}_i|^3) \end{aligned} \quad (17)$$

Untuk memperoleh aproksimasi orde dua untuk fungsi sembarang, kondisi normalisasi harus memenuhi

$$\int_V \omega(|\vec{r} - \vec{r}_i|) dV = 1 \quad (18)$$

Maka jari-jari cut-off dapat didefinisikan sebagai

$$|\vec{r}_j - \vec{r}_i|_{max} = r_s \quad (19)$$



Gambar 1. Partikel-partikel di sekitar partikel  $i$  dalam jangkauan jari-jari cut-off

Untuk aliran fluida tak-terkompresi (*incompressible flows*), jumlah densitas untuk setiap partikel tetap konstan seperti

jumlah densitas partikel awal  $n^0$ , tanpa memperhitungkan partikel di permukaan bebas dan batas dinding.

$$n^0 = \sum_{j \neq i} \omega_{ij} \tag{20}$$

C. Model Pertukaran Panas dan Perubahan Fasa

Persamaan yang menggambarkan proses pertukaran panas dan perubahan fasa, persamaan (3), dapat ditulis sebagai [3]:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = k \nabla^2 T + Q \tag{21}$$

Suku Laplacian pada persamaan di atas diaproksimasi dengan persamaan (12). Koefisien konduktivitas termal antara partikel  $i$  dan  $j, k$ , didefinisikan sebagai:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = k \nabla^2 T + Q \tag{22}$$

$$k_{ij} = \begin{cases} k_j & \text{jika partikel } i \text{ adalah campuran} \\ k_i & \text{jika partikel } j \text{ adalah campuran} \\ \frac{2k_i k_j}{k_i + k_j} & \text{jika lainnya} \end{cases} \tag{23}$$

Perubahan fasa dalam penelitian ini diperlakukan sebagai pertukaran panas equilibrium pada permukaan fasa. Perubahan fasa ditentukan saat temperatur partikel liquid berada di bawah temperatur pembekuan. Temperatur permukaan dinding konduksi-partikel liquid dan partikel solid-liquid dimana perubahan fasa terjadi adalah temperatur leleh/beku dari partikel

$$T_i = T_{m/f} \quad 0 < \alpha_i < 1 \tag{24}$$

Laju perubahan fasa menjadi fasa solid diekspresikan sebagai perubahan linear selama proses solidifikasi, sementara fasa yang tidak berubah dapat dikenali sebagai fasa solid atau liquid saja.

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & h_i < h_s \\ \frac{(h_i - h_s)}{(h_l - h_s)} & h_s < h_i < h_l \\ 1 & h_l < h_i \end{cases} \tag{25}$$

Hasil dan Diskusi

A. Model Benchmark

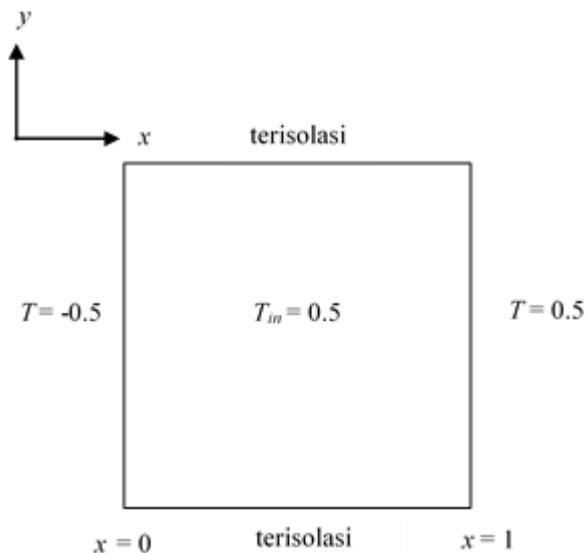
Model *benchmark* yang digunakan dalam penelitian ini adalah pertukaran panas yang disertai dengan solidifikasi melalui konveksi-difusi yang pernah disimulasikan menggunakan PHOENICS oleh Voller [4]. Dalam makalahnya, Voller menawarkan sebuah pendekatan untuk memodelkan perubahan fasa (pembekuan dari liquid menjadi solid, atau dikenal sebagai solidifikasi) yang dikarenakan pengaruh konduksi dan konveksi. Dengan menjadikan makalah ini sebagai rujukan, pada penelitian ini dibuat dua model seperti yang dibuat Voller, yaitu:

1. solidifikasi dalam rongga persegi dikarenakan konduksi
2. solidifikasi dalam rongga persegi dikarenakan konduksi dan konveksi natural

Model pertama dari kedua model tersebut dapat dibandingkan dengan solusi analitis satu dimensi dan dijadikan rujukan untuk mengetes transfer panas dasar. Model kedua lebih mendekati masalah riil dan mendemonstrasikan kemampuan metode yang digunakan untuk mensimulasikan model yang lebih kompleks. Penjelasan lebih lanjut dari model tersebut diberikan pada bagian B berikut.

B. Pertukaran Panas pada Rongga Persegi

Gambar 2 di bawah menggambarkan model pertukaran panas yang ditinjau dalam penelitian ini.



Gambar 2. Model *benchmark* yang disimulasikan

Model yang ditinjau adalah pertukaran panas disertai solidifikasi pada sebuah rongga persegi 2D yang memiliki ukuran 1. Pada

kondisi awal, sisi kiri rongga memiliki temperatur  $-0.5$ , bagian dalam dan sisi kanan bertemperatur  $0.5$  dan sisi lainnya terisolasi. Rongga yang pada awalnya berisi fluida cairan/liquid akan mengalami pertukaran panas dengan dinding sisi kiri yang bertemperatur lebih dingin, sehingga temperatur cairan akan berangsur-angsur turun dan mengalami solidifikasi. Properti fisis yang digunakan adalah sebagai berikut:

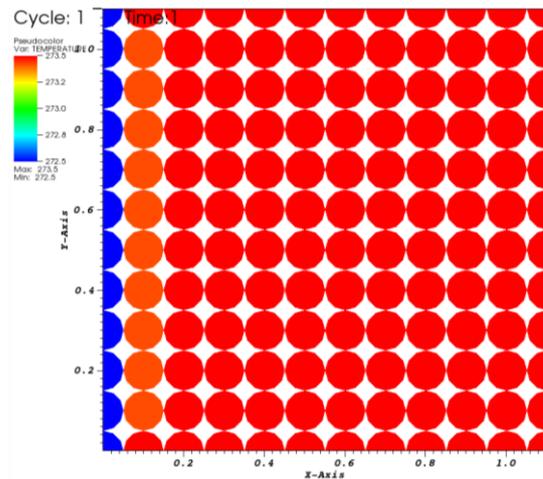
Tabel 1. Properti Fisis dalam Simulasi

Konduktivitas	0.001
Kapasitas panas spesifik	1
Densitas	1
Latent heat	5

C. Solidifikasi yang disebabkan oleh Konduksi

Sebelum kode simulasi yang dibuat diaplikasikan untuk memodelkan pertukaran panas dan perubahan fasa karena konduksi dan aliran fluida/konveksi, kode digunakan untuk menghitung pertukaran panas dan perubahan murni dikarenakan konduksi. Hal ini dilakukan agar kode yang dibuat dapat divalidasi menggunakan solusi analitis yang tersedia untuk konduksi panas 1 dimensi. Setelah tervalidasi, kode tersebut kemudian dikembangkan menjadi simulasi yang melibatkan konveksi.

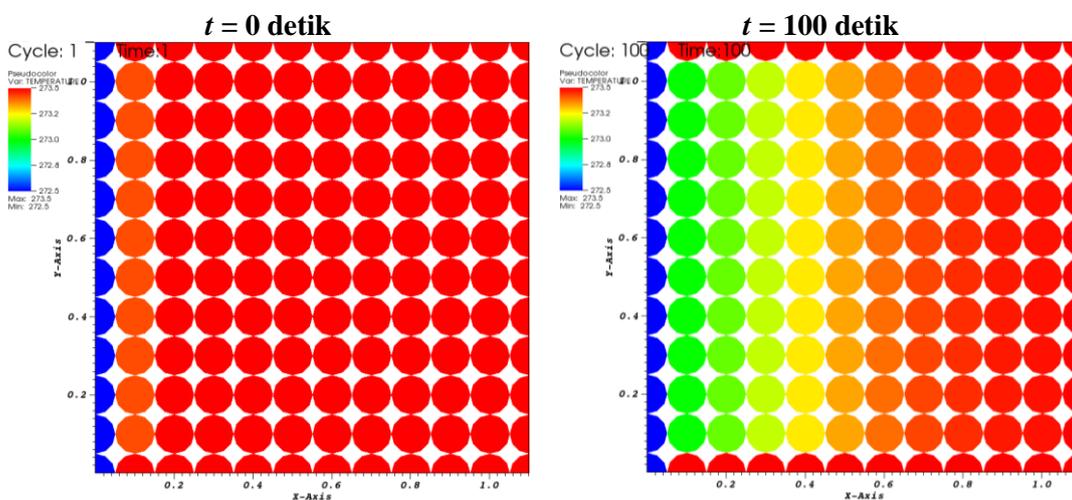
Berikut adalah kondisi awal simulasi dengan model *benchmark* di atas

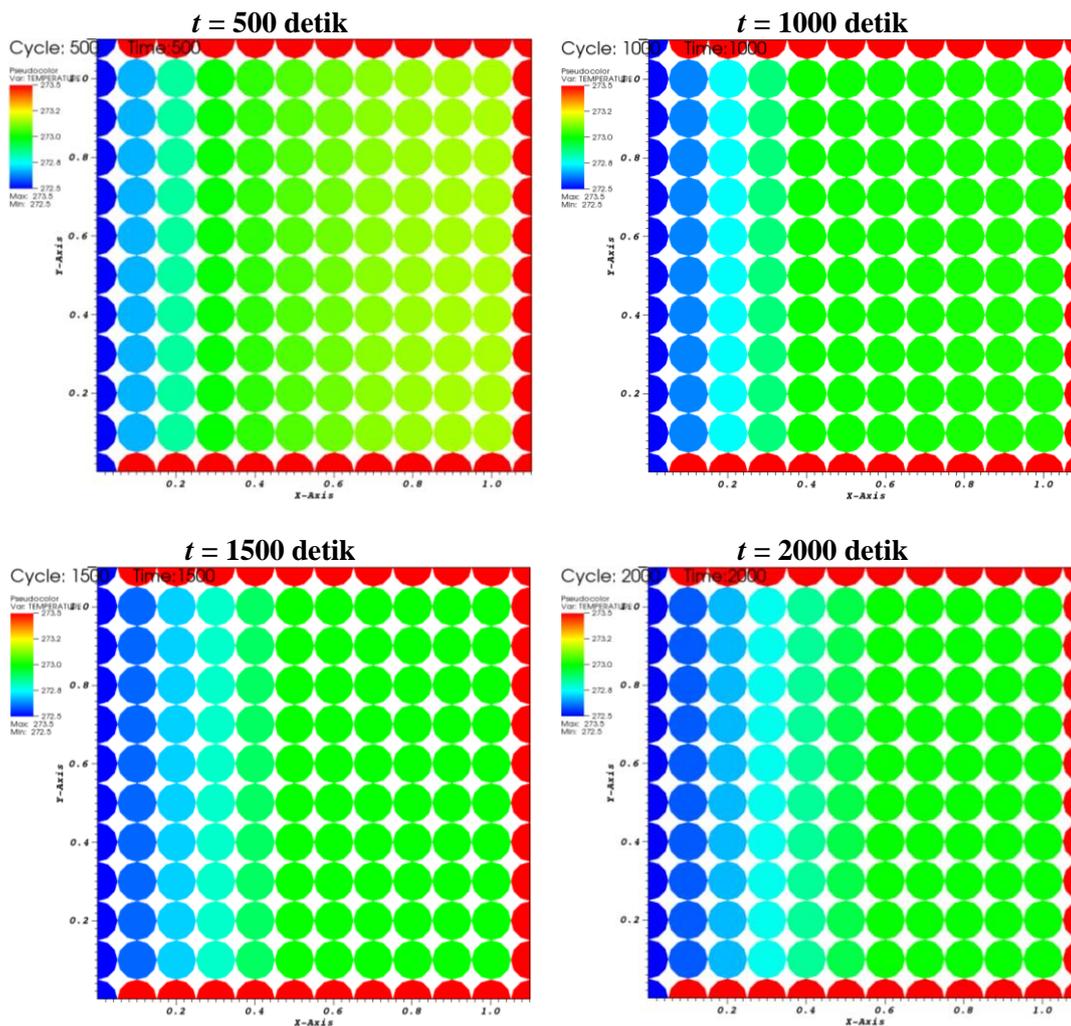


Gambar 3. Kondisi Awal Simulasi

Rongga persegi berukuran  $1 \times 1$  direpresentasikan dengan  $10 \times 10$  partikel sebagai domain utama dalam simulasi pertukaran panas. Setiap sisi dilapisi dengan 10 partikel tambahan sebagai dinding yang merepresentasikan *boundary condition* pada model ini, yaitu sisi kiri bertemperatur  $-0.5$ , sisi kanan bertemperatur  $0.5$  dan sisi atas dan bawah terisolasi. Pada Gambar 3 di atas, warna biru menggambarkan temperatur dingin dan merah menggambarkan temperatur panas.

Dalam simulasi solidifikasi karena konduksi, partikel sebagai pengganti *mesh* di dalam simulasi tidak bergerak, dan hanya disimulasikan pertukaran panasnya. Sehingga, persamaan yang diselesaikan hanyalah persamaan (1) dan (3). Berikut adalah visualisasi hasil simulasi perubahan temperatur yang terjadi dikarenakan konduksi.





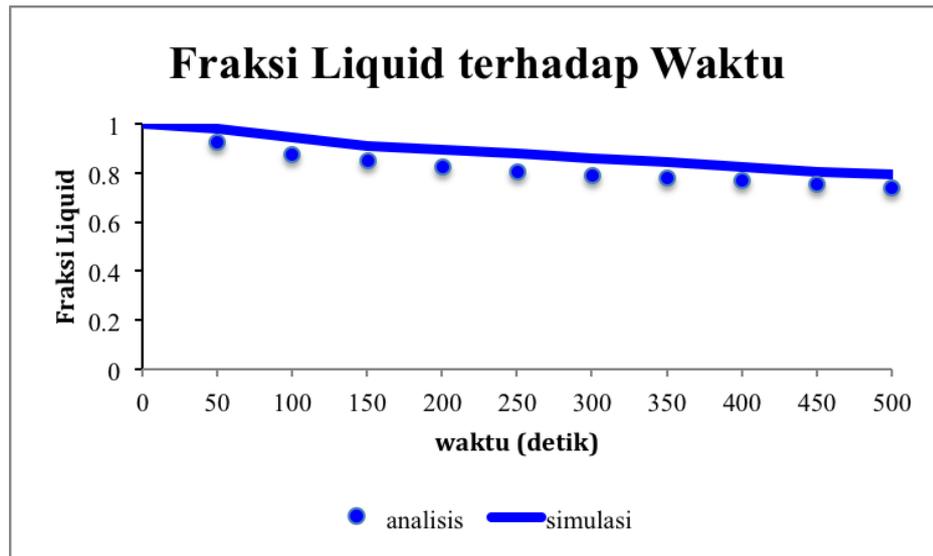
Gambar 4. Visualisasi Hasil Simulasi Konduksi

Seperti yang terlihat pada Gambar 4 di atas, proses pertukaran panas terjadi dari dinding kiri yang bersuhu  $-0.5$  ke liquid yang berada di sekitarnya. Akibat pertukaran panas ini, temperatur liquid yang tadinya  $0.5$  berangsur-angsur menurun. Perubahan temperatur ini ditandai dengan adanya perubahan gradien warna merah menuju kuning, hijau kemudian biru (dari panas ke dingin). Proses pertukaran ini terjadi relatif cepat, sehingga pada  $t = 500$  detik, hampir  $\frac{1}{4}$  liquid berubah menjadi solid, dan pada  $t = 2000$  detik, hampir  $\frac{1}{2}$  domain liquid berubah menjadi solid. Dapat dilihat juga bahwa suhu dinding di setiap sisi tidak berubah, karena tidak menjadi domain dari pertukaran panas.

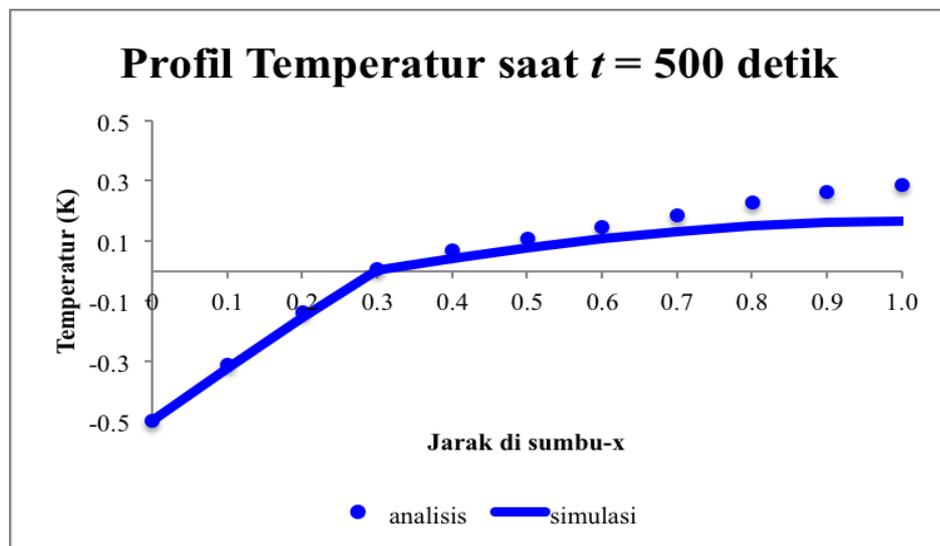
Selanjutnya, hasil simulasi di atas dibandingkan secara kuantitatif dengan solusi analitis konduksi panas 1D. Hasil yang

dibandingkan adalah profil temperatur di posisi sumbu  $y = 0$  pada saat  $t = 500$  detik serta fraksi liquid dari  $t = 0$  sampai  $t = 500$  detik, yang ditampilkan pada Gambar 5 berikut.

Pada awal simulasi, seluruh fluida dalam domain perhitungan adalah liquid, sehingga fraksinya adalah 1. Seiring dengan berjalannya waktu, terjadi pertukaran panas dari dinding sisi kiri yang lebih dingin sehingga sedikit demi sedikit suhu liquid menurun. Penurunan suhu ini terus terjadi merambat dari sisi kiri ke sisi kanan, sehingga temperatur liquid mencapai titik bekunya dan berubah menjadi solid. Pada  $t = 500$  detik, fraksi liquid menjadi sekitar  $\frac{3}{4}$ , karena  $\frac{1}{4}$ -nya berubah menjadi solid. Hal ini sesuai dengan solusi analitis yang menjadi rujukan.



Gambar 5. Perbandingan Hasil Fraksi Liquid antara Simulasi dan Analisis



Gambar 6. Perbandingan Hasil Profil Temperatur antara Simulasi dan Analisis

Pada Gambar 6, yaitu grafik profil temperatur di  $y = 0$  pada  $t = 500$  detik di atas, dapat dilihat bahwa temperatur rongga persegi yang berisi liquid semakin naik seiring dengan semakin jauh jaraknya dari dinding sisi kiri yang temperturnya lebih dingin. Temperatur rongga pada  $x = 0$ , atau pada posisi yang bersentuhan dengan dinding, temperturnya adalah  $-0.5$ , sama seperti temperatur dinding. Semakin besar  $x$ -nya (semakin kanan posisinya), suhunya semakin meningkat. Pada  $0 \leq x \leq 0.3$ , temperatur liquid adalah  $-0.5 \leq T \leq 0$ , yang artinya pada daerah ini sebagian besar liquid sudah berubah menjadi solid, karena temperturnya melebihi titik beku liquid. Pada  $x$

$> 0.3$ , temperatur liquid berada di atas titik beku  $0^\circ$ , sehingga pada daerah tersebut liquid belum mengalami perubahan fasa. Artinya, pada saat  $t = 500$  detik ini, sekitar  $\frac{1}{4}$  domain liquid sudah berubah menjadi solid. Hal ini memperkuat penjelasan tentang fraksi liquid pada Gambar 5 dan sesuai dengan solusi analitis yang dirujuk.

Sehingga, dapat disimpulkan dari kedua grafik di atas, bahwa secara umum hasil simulasi menunjukkan kesesuaian yang sangat baik dengan solusi analitis. Rata-rata presentase error dari kedua hasil di atas adalah  $0.3\%$  untuk profil temperatur dan  $0.07\%$  untuk fraksi liquid.

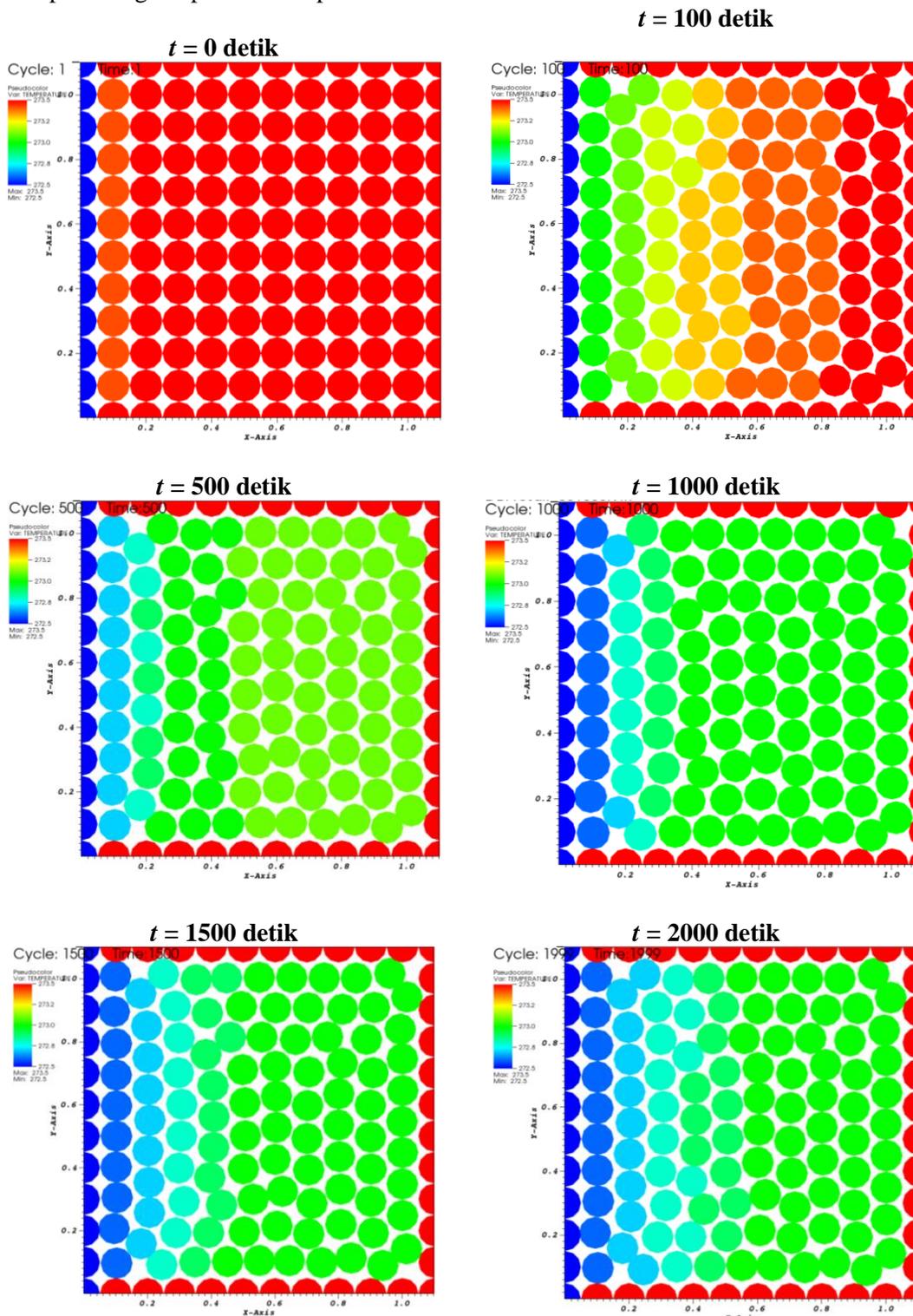
Kode simulasi yang telah berhasil memodelkan solidifikasi disebabkan konduksi ini kemudian dikembangkan menjadi kode

simulasi untuk memodelkan solidifikasi yang disebabkan oleh konveksi.

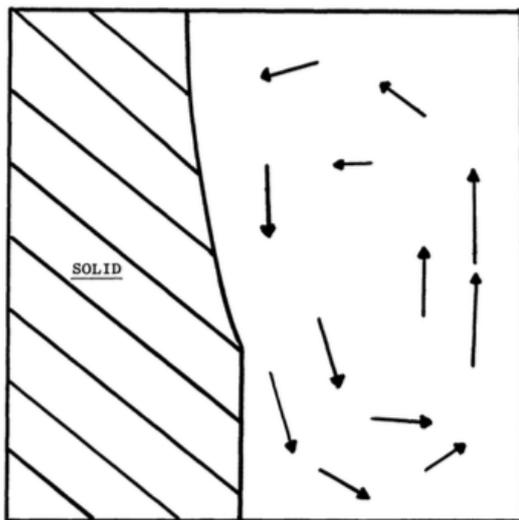
D. Solidifikasi dikarenakan Konveksi

Pada simulasi solidifikasi yang disebabkan oleh konveksi, selain perhitungan perubahan temperatur akibat pertukaran panas, juga dilakukan perhitungan perubahan posisi dan

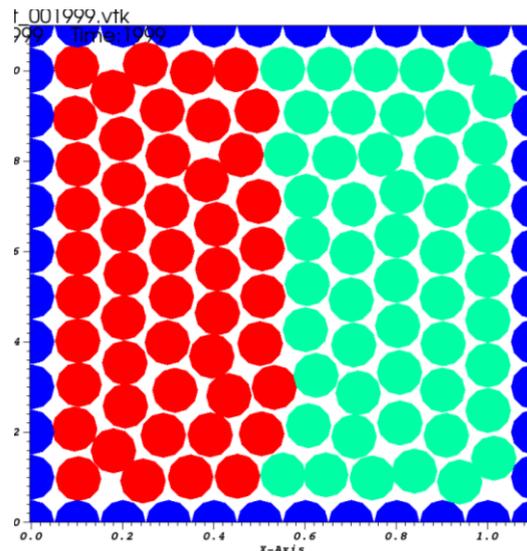
kecepatan partikel yang disebabkan perubahan densitasnya akibat perubahan temperatur partikel. Sehingga, simulasi ini menyelesaikan semua persamaan (1), (2) dan (3). Dengan menggunakan model *benchmark* yang sama dengan simulasi konduksi, diperoleh hasil simulasi sebagai berikut:



Gambar 7. Visualisasi Hasil Simulasi Konveksi

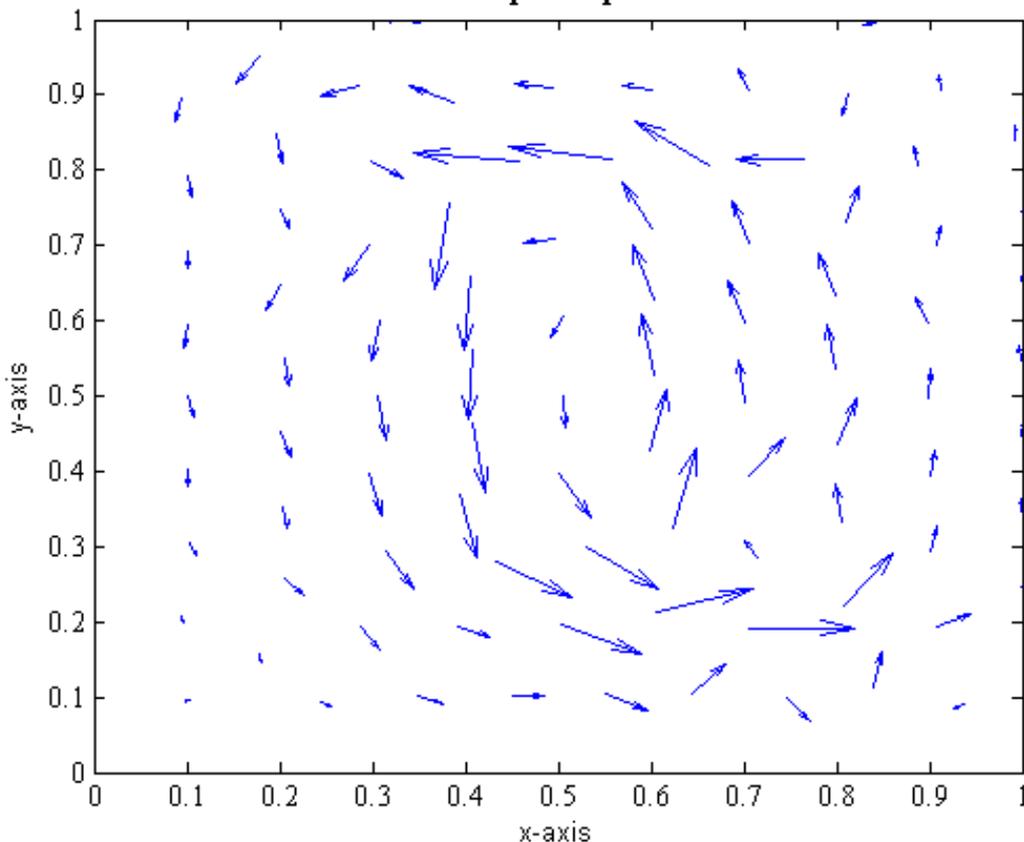


Gambar 8. Hasil Simulasi Konveksi dari Referensi [4]



Gambar 9. Komposisi Rongga Persegi hasil Simulasi

**Profil Vektor Kecepatan pada t = 2000 detik**



Gambar 10. Profil Vektor Kecepatan Hasil Simulasi

Gambar 7 di atas menunjukkan adanya perubahan posisi (dan karenanya ada perubahan kecepatan juga) sesaat setelah terjadi pertukaran panas. Hal ini dikarenakan, dengan berubahnya

temperatur, maka densitas partikel juga akan berubah. Perubahan densitas ini akan menyebabkan gaya luar yang diberikan oleh persamaan (4) dan menyebabkan partikel

bergerak. Pada model *benchmark* ini, karena perbedaan temperatur panas dan dingin yang tidak terlalu besar ( $1^\circ$ ), maka perubahan posisi partikel pun tidak terlalu signifikan. Dapat dilihat pula dari gambar di atas, bahwa proses pertukaran panas dikarenakan konduksi dan konveksi menghasilkan perubahan temperatur yang tidak berbeda jauh antara kedua proses di atas. Hal ini dapat dilihat dari gradien warna hasil simulasi di setiap tahapan waktu. Yang terlihat berbeda secara signifikan adalah berubahnya posisi partikel untuk pertukaran panas yang disebabkan oleh konveksi. Hasil simulasi ini kemudian dibandingkan secara kualitatif dengan referensi [4], yang diberikan oleh Gambar 8.

Gambar 8 dari referensi di atas adalah komposisi rongga persegi pada  $t = 2000$  detik, beserta vektor kecepataannya. Bagian kiri dari gambar adalah liquid yang sudah berubah menjadi solid, sehingga kecepataannya adalah nol (solid diam tidak bergerak). Bagian kanannya masih berupa liquid dengan vektor kecepatan yang direpresentasikan oleh panah.

Hasil simulasi pada  $t = 2000$  detik yang memperlihatkan komposisi rongga persegi ditampilkan pada Gambar 9. Pada gambar tersebut, warna merah adalah partikel solid, hijau adalah partikel liquid dan biru adalah partikel dinding. Seperti yang bisa dilihat pada gambar, baik hasil simulasi maupun dari referensi, hampir setengah rongga sudah berubah menjadi solid pada  $t = 2000$  detik. Setengah dari rongga adalah liquid yang temperaturnya sudah berubah menjadi lebih dingin dari semula, dengan demikian densitasnya juga berubah. Partikel liquid ini dalam kondisi dinamis (bergerak), dan dari simulasi ini dihasilkan gambaran vektor kecepatan seperti pada gambar 10.

Secara kuantitatif, hasil simulasi vektor kecepatan ini tidak dapat dibandingkan dengan referensi karena ketidaktersediaan data. Namun, dapat dilihat secara kualitatif pada Gambar 8 di atas, bahwa pada daerah rongga yang masih berupa liquid, liquid cenderung bergerak memutar berlawanan arah dengan jarum jam, yang direpresentasikan dengan arah panah vektor kecepatan liquid. Begitu pula dengan hasil simulasi pada Gambar 10. Di  $t = 2000$

detik, pada daerah rongga yang masih berupa liquid, yaitu pada  $x \geq 0.4$ , liquid cenderung bergerak memutar berlawanan arah dengan jarum jam.

## Simpulan

Pada penelitian ini telah dihasilkan sebuah kode berbasis metode FVP yang mensimulasikan aliran fluida yang disertai pertukaran panas dan perubahan fasa. Pada tahap pertama, kode ini mensimulasikan perubahan fasa pada rongga persegi yang disebabkan oleh konduksi. Hasil simulasi divalidasi dengan solusi analitis konduksi panas 1D dan menunjukkan kesesuaian yang sangat baik. Kode ini kemudian dikembangkan menjadi kode simulasi aliran fluida yang mengalami perubahan fasa yang disebabkan oleh konveksi. Hasil simulasi juga kemudian dibandingkan dengan referensi yang telah mensimulasikan model yang sama. Perbandingan secara kualitatif menunjukkan bahwa kode simulasi yang dikembangkan pada penelitian ini dapat memodelkan proses perubahan fasa yang disebabkan oleh konduksi dan konveksi.

## Ucapan Terima Kasih

Penelitian ini dapat terlaksana dengan sokongan dana DIPA FMIPA UNY tahun 2016.

## Pustaka

- [1] K.Yabushita et al., A finite volume particle method for an incompressible fluid flow, *Proceeding of Computational Engineering Conference*, 10 (2005) 419-421.
- [2] Babuska I. The finite element method with lagrange multipliers. *Numer. Math.*, 20:179-192 (1973)
- [3] S.Koshizuka et al., Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nucl. Sci.Eng.*, 123(1996) 421.
- [4] V.R. Voller et al, Solidification in Convection-Diffusion, *Numerical Simulation of Fluid Flow and Heat/Mass Transfer Processes*, 1986.